对投入产出模型性质的理论思考*

张红霞　夏　明

［提　要］　投入产出方法作为一种经验研究方法被大量用于实际经济问题的分析，但是模型假定与方法性质的理解却是合理使用投入产出方法的前提。投入产出模型的突出特点表现为以生产为中心、结构性和方法的系统性。投入产出需求拉动的数量模型和成本推动的价格模型构成了其核心分析框架，两类模型都是以生产为中心；数量模型和价格模型所体现的产业间相互影响不仅包括直接联系，也包括间接联系，从而具有结构性特征。从系统性来看，这一分析框架以生产为核心形成模型的内生边界，并可以进一步对内生边界和概念进行调整；此外，通过引入分配系数建立供给驱动模型，以及与优化模型相结合扩展为广义投入产出模型体系，构成系统性的分析框架。为此，本文从投入产出模型的基本性质出发，对投入产出方法结构性的内涵、模型系统内生边界的划分和调整、需求拉动和供给推动模型体系的对称性，以及广义投入产出体系的对偶性等若干基本问题展开充分讨论，由此提出笔者对投入产出方法性质的思考。

［关键词］　投入产出；结构分析；供给驱动；对偶

一、引言

20世纪60年代，我国开始了投入产出分析的研究，并于1974—1976年间编制了1973年我国61种产品的实物型投入产出表。改革开放以后大量研究开始涌现，如各种投入产出表的编制，大量研究论文的发表，以及高校投入产出课程的开设和教材的编辑出版。自20世纪90年代中期以后，投入产出技术的研究进入低潮，直到近年来随着投入产出方法在区域、能源环境，以及全球价值链等诸多领域与重大现实问题的经验研究中被广泛应用，才再次引起人们对这一方法的重视。

实际上，从学科范围与内容上看，投入产出分析并不局限于一种经验分析方法。从国民核算与数据角度看，从SNA1968开始，投入产出核算被正式引入国民账户体系（联合国经济和社会事务部统计处，1982）。经过后续版本的发展，投入产出核算逐步规范为供给使用框架，与SNA整体核算架构一起，成为由联合国主导，欧盟、经济合作与发展组织（OECD）、国际货币基金组织（IMF），以及世界银行参与制定的标准体系，并被世界各国广泛接受。目前，供给使用表已成为各国产业数据的核心，如果要了解世界各国的产业状况，投入产出数据必不可少，如果要从整体上对产业进行认识和分析，这甚至是唯一选择。然而，与投入产出在数据和方法上的大量经验应用不同，投入产出方法的理论研究并不充分，投入产出方法和模型研究中对其理论性质的认识存在着欠缺。为此，本文试图从基本模型出发，探讨模型背后的理论性质问题。

本文结构安排如下。论文第二部分论述如何理解投入产出方法的结构性；第三部分至第五部分从

* 张红霞、夏明（通讯作者），中国人民大学应用经济学院，邮政编码：100872，电子信箱：xiaming@ruc.edu.cn。
本文得到中国人民大学科学研究基金项目“中国时间序列投入产出数据库的构建研究（21XNA038）”和“中国人民大学首批专业核心课建设项目”的资助。感谢匿名评审人的审稿意见，笔者已做了相应修改，本文文责自负。

不同角度说明投入产出方法的系统性，包括模型系统边界的划分、模型体系的对称性、广义投入产出模型的对偶关系等；最后，在对投入产出方法的性质分析和特点分析的基础上，对投入产出方法的发展提出展望。

二、如何理解投入产出方法的结构性

（一）投入产出方法所体现的结构性

投入产出分析的基本模型是需求拉动模型 $x=(I-A)^{-1}y$，表示在一个封闭的经济系统中，为生产最终需求列向量 y，所需的各部门产出列向量为 x。其中，A 为直接消耗系数矩阵，也称技术系数矩阵，I 为单位矩阵。在投入产出技术的一些教科书中，根据列向平衡关系 $\widehat{a_c}x+v^T=x$，建立列模型 $x=(I-\widehat{a_c})^{-1}v^T$。其中，$a_c$ 表示直接消耗系数矩阵 A 列向合计得到的行向量；用尖号“^”表示由向量元素对角化得到的对角矩阵，$\widehat{a_c}$ 表示以向量 a_c 的元素为对角元素构造的对角矩阵；用上标 T 表示矩阵或向量的转置，v^T 是初始投入行向量的转置。这一模型试图表明初始投入如何推动产出的增长。但是，这一模型中，$(I-\widehat{a_c})^{-1}$ 是以各部门产出与增加值的比率为对角元素的对角矩阵，模型只是利用这一比率把各部门初始投入放大为各部门产出。所以，这一模型并没有太大意义。实际上，从模型性质看，基于对角矩阵形式的生产系数矩阵，决定了它所描述的生产体系虽然存在多个部门，但是每个部门仍是独立生产，进而只存在直接联系而无完全联系，所以在性质上仍属于总量模型特征，而非结构模型。基于上述例子提出一个问题：在投入产出视角下，如何看待总量与结构的区别与联系？投入产出方法常被称之为一种结构分析方法，其分析方法的结构性质又是如何体现的？

投入产出分析是一个综合多种模型的分析体系。从需求拉动模型来看。一方面，对于同一技术，即使需求总量不变，但随着需求结构的改变，产出结构与产出总量都会发生变化。从模型的角度看，产出总量对最终需求总量的放大倍数为：$\frac{i^Tx}{i^Ty}=\frac{i^T(I-A)^{-1}y}{i^Ty}$，其中 i 为元素全为1的列向量。设 $s_y=\frac{1}{i^Ty}y$ 表示最终需求结构，从而 $\frac{i^Tx}{i^Ty}=i^T(I-A)^{-1}s_y$。可以看出，放大倍数将取决于技术系数矩阵 A 和最终需求结构。在技术系数矩阵不变的情况下，随着最终需求 y 结构的变化，产出对最终需求总量的放大倍数也在改变；如果最终需求结构不变，技术系数矩阵改变，则放大倍数也会改变。

另一方面，在需求拉动模型中引入初始投入系数或增加值系数行向量 a_v，进一步建立最终需求与初始投入（收入或增加值）之间的联系，即 $a_v(I-A)^{-1}y$，并将 $b_v=a_v(I-A)^{-1}$ 定义为完全的初始投入系数。在封闭条件下，因为 $a_v(I-A)^{-1}=i^T(I-A)(I-A)^{-1}=i^T$，也就是 b_v 是元素全为1的行向量，由此看出，尽管不同最终需求带来的产出总量可能并不相等，但是它所拉动的收入或增加值的合计一定与最终需求总量相等。从模型角度表现为最终需求与初始投入之间的平衡方程：

$$\tilde{v}=a_vx=a_v(I-A)^{-1}y=b_vy=\tilde{y} \tag{1}$$

上式从中间往左看，最终需求 y 拉动的产出 x，进一步通过初始投入系数，得到产出增加所带来的总收入的增加，即各部门增加值的加总 $\tilde{v}$。上式从中间往右看，初始投入系数行向量右乘列昂惕夫逆阵，得到完全的初始投入系数行向量 b_v，所以公式右端最终表示的是全部最终需求或最终产品价值的合计 $\tilde{y}$。这表明不管何种情形，最终需求的总量与其所拉动的初始投入或增加值的总量始终是相等的。

从上述分析可以看出，投入产出模型框架提供了两种看待生产过程的视角。首先是直接生产过程，着眼于产出，基于直接消耗系数矩阵 A，每个部门以自身的技术生产出本部门的产出，生产过程中的消耗来自各个部门的投入品，体现为部门与部门之间的直接生产联系。其次，着眼于最终产品，在直接生产过程的基础上，由直接消耗系数矩阵 A 转换为完全需求系数矩阵 $(I-A)^{-1}$ 的同时，也把观察对象从单个生产过程转变为部门间相互联系的整体生产过程，体现为部门之间的完全生产联

系。需要指出的是，上式基于列昂惕夫逆阵所建立的初始投入和最终产品之间的联系，是从最终需求如何拉动初始投入要素的角度对生产的描述，而供给推动的模型视角则需要基于分配系数来构造，对此本文将在第四部分讨论。

在投入产出模型框架下，如果把多部门生产看作一个“黑箱”，那么将只能看到初始投入 $\tilde{v}$ 与最终产品 $\tilde{y}$ 之间的总量生产过程，这也相当于把投入产出的所有部门进行合并，成为一个部门的投入产出表，即使其中存在产出对最终需求的放大，这种放大倍数在给定技术下也只是一个确定的数，不可能改变。但是，在存在多部门生产的情况下，尽管 $\tilde{v}$ 与 $\tilde{y}$ 的转换关系始终是恒定的，即使技术系数矩阵不变随着需求结构的变化，却存在着各个部门生产的不同安排。这意味着有些部门的生产规模更大和更多的物耗，生产能力的更充分利用和更多的就业，另一些部门则可能处于相对不足状态，而且它们之间存在联系。不仅如此，产出总量也会随着需求结构的变化而改变。也就是说，投入产出的乘数效应不仅具有总量效应，也具有结构效应。

（二）总量与结构的关系

既然产出总量与最终需求总量之间的倍数关系取决于 $i^T(I-A)^{-1}s_y$，而 $i^T(I-A)^{-1}s_y=i^T(I+A+A^2+\cdots)s_y=i^Ts_y+i^TAs_y+i^TA^2s_y+\cdots$，所以，倍数大小取决于 A，A^2 等的传递关系。然而，在最初的列模型中，传递关系为 $(I-\hat{a_c})^{-1}$，作为对角矩阵，在传递关系中始终是每个元素对自身进行连乘，部门与部门之间没有影响。尽管采取了多部门形式，但每个部门仍是独立的，从而在本质上具有总量模型性质。

在投入产出模型部门分类和模型假定的讨论中，也存在总量与结构关系的影响。通常认为，投入产出模型需要满足三个假定，即同质性、比例性和可加性。比例性假定包含了固定比例生产函数与规模报酬不变，可加性则是排除了投入产出乘数性质以外任何形式的外部性。在有关部门分类的同质性假定中，包含了三层含义：一是每个部门具有单一的投入结构；二是单个部门生产的所有产品是同质的，相互间或者完全替代，或者保持固定比例；三是不同部门产品之间无替代性（United Nations，1966）。在这样的假定下，如果两个部门具有相同的技术，那么这两个部门可以合并为一个部门。从总量与结构关系的视角看，两个部门技术相同，意味着行向量（$i^TA+i^TA^2+\cdots$）中对应于这两个部门的元素相同，从而最终需求向量 y 中这两个部门的相对结构变化不会对总量产生影响。对于在最终需求中存在高度替代关系而生产技术却不相同的产品，如果合并为一个部门将违背技术同质性的假定，如果分为不同部门，则又会面临不同部门产品间存在替代关系的两难处境。这种替代关系将破坏需求结构的界定，带来分析的不确定性。

总量与结构关系不仅在投入产出模型的假定中，也在理论模型中反映出来。古典（classical）理论中通常假设所有部门的资本有机构成相同，如果初始投入只有劳动，则每个部门中间投入合计与初始投入两者间比例都相同。在这一假定下，公式（$i^TA+i^TA^2+\cdots$）中 i^TA 是一个所有元素相同的行向量，$i^TA^2=i^TA\times A$ 的所有元素也相同，如此等等，使得整个向量元素都相同，从而只存在总量效应。对于这一问题，本文将在后续投入产出模型的对偶性质中做进一步探讨。

三、模型系统边界的划分

（一）两种价格影响模型的系统边界及其内在一致性

投入产出的价格影响模型存在两种形式：一种是要素变化推动价格的改变；另一种是部分产品价格的变化如何推动其他产品价格改变。两者的公式表面上看起来并不相同，但在本质上是一致的。

价格模型建立的基础是实物投入产出表。在实物型投入产出表中，在实物中间流量与实物产出已知的情况下，把初始投入看作各种实物要素的回报，那么价格模型所描述的将是产品价格与要素价格之间的关系；或者把要素价格理解为一种分配关系，把初始投入看作是产出扣除物耗后的一种剩余，那么基于价格模型将在一种给定技术下，同时决定分配与相对价格。但是，现实中通常更多面对的是价值型投入产出表数据。对于价格模型：

$$p = pA + a_v \tag{2}$$

式中，基于价值型投入产出表系数得到的价格行向量 p 其元素全为1，从而无法提供对价格绝对量的测度。但是这并不影响测算外生冲击下价格的比较静态变化，价格影响模型的名称由此而来。对于初始投入改变如何对价格产生影响，可以直接把初始投入的变化引入价格影响模型，来测算其影响，即：

$$\Delta p = \Delta a_v (I - A)^{-1} \tag{3}$$

式中，表明初始投入的外生冲击 Δa_v 如何通过直接和间接的传递推动产品成本的变化，所以是一种成本推动或供给驱动的价格模型。但是，为分析另一种形式，即部分产品价格变化带来的其他产品价格的改变，就需要对价格模型的这两种产品进行分块矩阵的处理，即分为两个子系统。用下标1和2分别表示两个子系统，分析第二个子系统中产品价格变化 Δp_2 如何对第一个子系统中产品价格产生影响 Δp_1，基于分块矩阵形式的价格模型展开，并求比较静态变化，有：

$$\Delta p_1 = \Delta p_1 A_{11} + \Delta p_2 A_{21} \tag{4}$$

进一步转换得到：

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 A_{21} (I - A_{11})^{-1} \tag{5}$$

式中，A_{11} 和 A_{21} 分别为系数矩阵 A 分块矩阵中对应位置的子矩阵。与要素投入变化的价格影响模型比较，逆阵中的矩阵 A 被替换为分块矩阵 A_{11}，表明这一模型系统的内生边界与初始投入的价格影响模型相比发生了改变。在要素影响价格模型中，初始投入相对于矩阵 A 是外生的，但是在产品价格影响模型中，模型的边界重新设定为 A_{11}，那些价格发生变化的产品被外生化，$\Delta p_2 A_{21}$ 与前一模型中的 Δa_v 处于同样的外生地位。因此，两种模型只是形式不同，模型性质完全一致，都是测算外生冲击如何对经济系统内的产品价格产生影响。区别仅仅在于经济边界的划分。这样，对于后一模型中价格发生外生变动的产品，影响其他产品的价格，却没有受到反馈影响，类似这样的假定就可以得到更好的理解，因为这些产品的价格与初始投入要素一样，均被外生化了。

在利用投入产出模型对经济问题进行分析的过程中，始终需要对模型所设定的经济系统边界有一个清晰界定。表面上看起来毫不相关的模型，本质上面对的都是模型边界变化以及内外生调整所带来的问题。在开放经济模型中，将看到一国经济系统和多国经济系统存在的差别；在乘数模型中，将看到消费变量内生变化对乘数效应的影响；投入占用产出模型则反映了资本损耗补偿内生化的影响。

（二）开放经济分析中的模型边界

对于一国经济的两部门模型，如果把向量中的元素理解为分块向量，把矩阵中的元素理解为分块矩阵，如果是两个地区就转化为区域间模型，如果是两个国家就转化为国际投入产出模型。区域间投入产出模型与国际投入产出模型基本性质上是一致的。本文以仅包含两国的一个经济系统的国际投入产出模型为例：

$$\begin{pmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{v1} & \\ & a_{v2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \tag{6}$$

式中，下标1和2分别表示国家1和国家2，$\tilde{v}_1$ 和 $\tilde{v}_2$ 分别为两国的增加值总量，a_{v1} 和 a_{v2} 分别为两国的增加值系数行向量，$\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix}$ 为A的分块矩阵 $A=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ 求解列昂惕夫逆阵（$I-A$）$^{-1}$ 后得到的分块矩阵，y_1 和 y_2 分别为国际投入产出表中两国的最终产品列向量。最终需求中的出口通过需求的拉动，带来两国产出的增加，进一步通过增加值系数，带来两国收入或增加值的增加。这种由出口所带来的增加值被称之为贸易增加值（value added in trade）。然而，这里的出口必须是两国生产体系之外的最终需求，也就是只能是作为两国最终产品的出口。这与海关出口的概念形成差别，并且带来一个矛盾，因为海关进出口的定义以一国为边界，而在国际投入产出表中，却要把在生产中相互联系的处于一个生产体系的两个国家作为一个经济体看待，从而形成新的投入产出系统的边界。在这种情况下，如果要计算海关出口所带来的增加

值，要么放弃两国经济系统，回到单一国家的经济系统，要么放弃海关进出口概念，而重新进行定义。

对于前者，两国系统中的系数矩阵 $A=\begin{pmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{pmatrix}$，对于 A_{11} 界定的国家1生产系统而言，A_{21} 就成为进口矩阵，最终需求 $\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\end{pmatrix}$ 也可以相应细分为 $\begin{pmatrix}y_{11} & y_{12}\\ y_{21} & y_{22}\end{pmatrix}$，第一列和第二列分别表示国家1和国家2的最终需求。这样，第一个国家的全部出口带来的增加值模型表述为：$a_{v1}(I-A_{11})^{-1}(A_{12}x_2+y_{12})$。这时的出口包含了中间产品出口 $A_{12}x_2$ 和最终产品出口 y_{12}，这样就得到海关出口拉动的本国增加值。对于进口矩阵数据，实际分析中针对数据缺乏情况通常会提出一种简化构造方法。即用每一产品的进口与国内总使用相除构造一个系数，用这一系数从中间使用的各行中分离出进口矩阵。国内总使用是从总使用中扣除出口。那么为什么在系数构造中要采用国内总使用这个概念？原因是假设出口中不含进口，因此，在剔除时需要把出口这部分从作为基数的分母中加以剔除。因此，如果进口只用于中间使用，那么剔除系数的分母应该是中间使用的合计，这就是米勒和布莱尔教材中的近似方法I。如果全部最终使用也包含进口，那么分母就应该用中间使用加最终使用，也就是用总使用这个概念。米勒和布莱尔教材的近似方法II中提出了以总产出为分母，然而这一做法的经济含义似乎并不明确（罗纳德·E. 米勒和彼得·D. 布莱尔，2019）。因为产出对应的产品中是不含进口品的。如果以产出为分母，那只能是列向从投入角度进行剔除，而非行向从使用角度剔除。

对于后者，在海关进出口概念之外重新定义增加值的进出口，就得到了增加值贸易概念（trade in value added）。这时把最终需求与最终产品概念区别开来，有：

$$\begin{pmatrix}v_{11} & v_{12}\\ v_{21} & v_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{v1} & \\ & a_{v2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}L_{11} & L_{12}\\ L_{21} & L_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_{11} & y_{12}\\ y_{21} & y_{22}\end{pmatrix} \tag{7}$$

式中，把国家2最终需求 $(y_{12},\ y_{22})^T$ 带来的国家1的增加值 v_{12} 称为国家1对国家2的增加值出口。而把国家1本国最终需求带来国家2的增加值 v_{21} 称为从国家2的增加值进口。显然，这一定义完全基于两国系统的最终产品概念，从而避免了之前模型中包含中间产品出口所带来的困扰。

（三）乘数模型与内生边界的扩展

前文分析中，尽管需求拉动模型中的投入产出乘数 $(I-A)^{-1}$ 实现了产出对最终需求的放大，但是对于GDP而言，实际上并没有任何放大，最终产品价值与增加值之间在总量上的关系始终是1∶1。① 为此，有学者提出以消费内生化的方式，得到放大的GDP的乘数，例如局部闭模型和宫泽乘数模型。实际上，最初的投入产出乘数本身在模型改造过程中并没有任何对收入的放大作用，如果存在某种放大的话，一定是收入范围内的放大，而非生产领域内的放大。在投入产出乘数分析中，宫泽模型很好地表现了投入产出乘数与凯恩斯乘数的关系。因此，基于这一模型来讨论经济边界的变化，因为无论是对于局部闭模型还是宫泽模型而言，其核心都是最终需求某些部分如消费的内生化，从而带来经济系统内生边界的调整。与此同时，将再次观察到总量与结构的关系，因为总量与结构也可以看作是一种特殊的经济边界的划分。

宫泽模型的特点是在投入产出多部门分析框架的基础上，通过对收入进行分层，把投入产出需求拉动对收入的传导进一步结构化。设 V 为收入系数矩阵，每一行对应该行收入群体在不同部门的收入系数，即该收入群体在某一部门收入与该部门产出或投入之比；C 为消费倾向的结构矩阵，其中的列为对应收入群体单位收入对不同产品的消费结构，即该收入群体某一产品的消费量与该收入群体收入之比。由此，投入产出行模型可以对消费进行

① 这一结论是针对封闭经济而言的。对于开放经济，在模型关系上，本国所生产的最终产品的价值合计，将等于增加值与中间产品进口价值的合计。从核算的角度看，GDP＝本国生产的最终产品－中间产品进口＝(本国生产的最终产品＋最终产品进口)－(最终产品进口＋中间产品进口)＝消费＋资本形成＋出口－进口。

内生化：

$$x = Ax + CVx + f \tag{8}$$

$$x = (I - A - CV)^{-1} f \tag{9}$$

式中，f 为消费以外的最终需求部分。模型中的广义列昂惕夫逆阵（$I-A-CV$）$^{-1}$ 就是在原来的直接消耗系数 A 对物耗的消耗之外，再叠加一个部门消费系数矩阵 CV，也就是在每个部门每种产品的生产物耗外加上该部门劳动者的消费品，从而实现消费的内生化。设 $L=(I-A)^{-1}$ 为列昂惕夫逆阵，即本来意义的投入产出乘数，上述模型可以进一步变形得到：

$$x = L(I - CVL)^{-1} f \tag{10}$$

与 $x=(I-A)^{-1}y$ 对比，显然有：

$$y = (I - CVL)^{-1} f \tag{11}$$

这一模型表明消费之外的最终需求 f 经（$I-CVL$）$^{-1}$ 放大得到全部的最终需求，如果把全部最终需求看作是GDP或全部国民收入的话，那么这个乘数（$I-CVL$）$^{-1}$ 就是一种结构化的凯恩斯乘数。对于 CVL 的经济含义，用展开式 $CVLy+f=y$ 与行模型 $Ax+y=x$ 中直接消耗系数矩阵 A 的含义相类比，可以看出 CVL 就是针对不同最终产品，或者更准确地说是不同最终产品所带来的收入的消费系数列向量构成的消费系数矩阵，（$I-CVL$）$^{-1}$ 则由直接消费系数矩阵转换为完全的消费系数矩阵，与此同时，分析视角也从 y 转换为 f。围绕这一系数，式（11）构成一种分产品的收入乘数子系统。

在上述模型基础上，通过引入收入系数矩阵 V，进一步得到 f 所带来的不同收入群体收入的增加，会得到两个模型①：

$$Vx = VL(I - CVL)^{-1} f \tag{12}$$

$$Vx = (I - VLC)^{-1} VLf \tag{13}$$

两个模型分析的结果是一样的，但是两个乘数（$I-CVL$）$^{-1}$ 和（$I-VLC$）$^{-1}$ 的含义不一样。对于前者本文已经做了分析，是结构化凯恩斯乘数。对于后者，VLf 表示消费外的最终需求所带来的收入群体的收入，而 Vx 是收入群体的全部收入，两者均为列向量，向量的维数取决于收入群体的数目。所以，（$I-VLC$）$^{-1}$ 也是一种结构化凯恩斯乘数，只不过实现的是把各收入群体由消费以外最终需求带来的收入 VLf 放大为全部收入 Vx。设 $K=VLC$，在两个收入群体的情况下，方阵第一列上下的两个元素 k_{11} 和 k_{21} 的含义是第一个收入群体的收入，通过消费转化产出增加进一步带来的本收入群体和第二个收入群体的收入增加，因此该方阵也称为收入群体间的收入传递矩阵，而（$I-VLC$）$^{-1}$ 则由直接的收入传递转换为完全的收入传递。围绕该系数，式（13）构成一种分收入群体的收入乘数子系统。由此，宫泽模型提供了两套凯恩斯乘数结构化的方案，无论是哪种方案，都是以直接系数为基础进一步得到完全系数，在经济内容上是凯恩斯乘数，但是在模型性质上却与投入产出模型机制一致。此外，在总量和结构的关系上，对于（$I-CVL$）$^{-1}$，如果生产部门数为1，所依赖的生产体系是一种投入产出总量模型，那么该乘数将退化为一个标量，成为总量的收入乘数；对于（$I-VLC$）$^{-1}$，如果收入群体数为1，也就是收入不分层，尽管所依赖的生产体系是一种多部门投入产出模型，但该乘数同样将退化为一个标量，也成为总量的收入乘数。

需要注意的是，无论哪种形式，都表明投入产出框架的这种处理并非在生产体系内派生出结构化的凯恩斯乘数效应，实际上是投入产出乘数或产出乘数，与凯恩斯乘数或收入乘数两种效应的叠加。同时，本文注意到消费内生化之所以得到一个对产出更大的放大关系，是由于新系统内生边界的扩大。

（四）投入占用产出模型中的内生边界划分

投入占用产出技术是陈锡康教授提出的开创性分析技术，受到多位国际知名学者的好评，例如美国科学院院士 Isard、诺贝尔奖获得者列昂惕夫教授、澳大利亚昆士兰大学 Jensen 教授和 Kenwood

① 利用（$I-CVL$）$^{-1}=I+CVL+CVLCVL+\cdots$，可以很容易从第一个模型转换得到第二个模型。

教授等，认为是非常有价值的发现、先驱性研究，投入占用产出技术及完全消耗系数的计算方法是该领域的一个非常重要的发明和创新（陈锡康等，2011）。

投入占用产出技术的重要贡献在于不仅研究部门间产品的投入与产出的关系，而且考虑各部门所拥有的固定资产、劳动力和自然资源与各部门产出之间的关系。投入产出分析的核心在于完全消耗系数矩阵或列昂惕夫逆矩阵，投入占用产出模型对此进行了扩展。如果考虑生产过程中对于固定资本的使用和损耗，则基于投入占用产出技术可以得到扩展的完全消耗系数矩阵，式子如下：

$$b_{ij}^{*}=a_{ij}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}^{*}a_{kj}+\alpha_{i}d_{ij}+\sum_{s=1}^{n}b_{is}^{*}\alpha_{s}d_{sj}(i,j=1,2,\cdots,n) \tag{14}$$

式中，b_{ij}^{*} 为包含固定资产消耗的完全消耗系数，α_i 为第 i 种固定资产的损耗率（可以近似为折旧率），d_{sj} 为 j 部门对第 s 种固定资产的直接占用系数。等式右端第三项和第四项分别表示通过使用固定资产而产生的直接消耗和间接消耗，例如炼钢生产中所消耗的设备对电力的直接消耗和间接消耗。写成矩阵形式为：

$$B^{*}=A+B^{*}A+\hat{\alpha}D+B^{*}\hat{\alpha}D \tag{15}$$

式中，B^{*}，$\hat{\alpha}$ 和 D 分别表示考虑固定资本损耗的完全消耗系数矩阵、固定资本损耗率对角矩阵和固定资本占用系数矩阵。由（15）式可得：

$$B^{*}=(I-A-\hat{\alpha}D)^{-1}-I \tag{16}$$

式中，$L^{*}=(I-A-\hat{\alpha}D)^{-1}$ 为考虑固定资本损耗的列昂惕夫逆矩阵。

如果进一步考察投入占用产出模型，则可以看出投入占用产出技术实际上是将经典投入产出模型的系统内生边界向最终需求部分的固定资本形成进行的扩展。固定资本形成可以根据其未来用途划分为两部分，其中一部分用于补偿本年度生产过程中对固定资本的损耗，另一部分则与各个部门未来的生产增长相关，形成新增生产能力。显然第一个部分取决于各个部门本年度的产出量，将这一部分内生化，有：

$$Ax+\hat{\alpha}Dx+\overline{y}=x \tag{17}$$

式中，$\overline{y}$ 为除了固定资本损耗补偿之外的净最终产品，包括消费、出口、存货变动，以及除了固定资本损耗补偿之外的其余固定资本形成。易得：

$$X=(I-A-\hat{\alpha}D)^{-1}\overline{y} \tag{18}$$

式中，$(I-A-\hat{\alpha}D)^{-1}$ 就是投入占用产出模型中扩展的列昂惕夫逆矩阵，而 $B^{*}=(I-A-\hat{\alpha}D)^{-1}-I$ 就是投入占用产出模型考虑资本损耗的完全消耗系数矩阵。因此，通过将模型的内生边界外移至固定资本形成中对资本损耗的补偿部分，投入占用产出模型在其分析中不仅考虑了生产过程中对原材料、燃料、服务等中间投入品的消耗，还考虑了生产过程中对于固定资本等生产要素以及其他资源的使用和损耗，是对投入产出模型的重要发展。

四、投入产出模型体系的对称性

（一）纵向一体化与横向一体化

Ghosh（1958）提出了基于分配系数的供给驱动模型，刘起运（1993）将其称为“对称模型”，并独立展开更为系统的分析。基于分配系数，可以得到另一组初始投入与最终产品之间的关系：

$$\tilde{v}=vd_{y}=v(I-R)^{-1}r_{y}=xr_{y}=\tilde{y} \tag{19}$$

式中，R 为分配系数矩阵，$r_y=\hat{x}^{-1}y$ 为最终产出系数列向量，$d_y=(I-R)^{-1}r_y$ 为完全的最终产出系数列向量，且是元素全为 1 的列向量，这一结论与前文需求拉动模型中有关 b_v 的结论类似。与式（1）相比，这一模型同样是对生产过程的描述，只是前者的核心基于完全需求系数矩阵 $(I-A)^{-1}$，观察视角是一种需求拉动的传递关系，而该模型则基于完全供给系数矩阵 $(I-R)^{-1}$，观察视角是一种供给驱动的传递关系，表明初始的要素投入如何推动产品产出的增加，并进一步增加最终产品，要素的初始投入量与其所推动的最终产品的价值量始终是对等的。这两组系数的对应关系还表现在完全消耗系数对直接生产过程的投入进行了列与列之间的调整，从而把直接投入转换为针对不同最终产品

生产所需的完全投入；而完全分配系数则对产品的直接使用去向进行了行与行之间的调整，从而把直接使用转换为不同初始投入所推动的完全使用。

以中间产品部分为例，对于需求拉动关系而言，$A\hat{x}$ 中的列是实际投入产出表中的中间投入，也就是生产中的直接投入，而 $B\hat{y}$ 中的列则是生产不同最终产品的投入，包含了直接和间接的投入，也称为完全投入。因为 $Ax=A(I-A)^{-1}y=By$，其中 $B=A(I-A)^{-1}$ 为完全消耗系数矩阵，表明尽管 $B\hat{y}$ 与 $A\hat{x}$ 两个矩阵并不相同，但是行向合计相等。从 $A\hat{x}$ 到 $B\hat{y}$ 是把各个部门生产中的直接投入，按照最终用来生产的最终产品的不同，打散了再重新组合起来，这样一些新形成的列所构成的生产部门也被称为纵向一体化（vertical integration）部门。但这并非实际中存在的部门，而只存在于观念中的抽象部门。所采用的系数是各部门产出对于不同产品最终需求的依赖度，即：$\hat{x}^{-1}(I-A)^{-1}\hat{y}$。利用这一系数右乘 $A\hat{x}$ 转换得到 $B\hat{y}$。即：$A\hat{x}\ \hat{x}^{-1}(I-A)^{-1}\hat{y}=A(I-A)^{-1}\hat{y}=B\hat{y}$。

对于供给驱动关系而言，存在着完全对称的关系：

$$xR=v(I-R)^{-1}R=vD \tag{20}$$

式中，$D=(I-R)^{-1}R$ 为完全分配系数矩阵。公式两端都是各部门中间投入合计的行向量，只是前者中的 R 是基于产出向量 x 的，而后者的完全分配系数矩阵 D 则是基于初始投入向量 v 的。但在展开形式中，$\hat{x}R$ 是中间流量矩阵，而 $\hat{v}D$ 则是中间流量矩阵在不同行之间分割重组得到的新的流量矩阵，得到的新的行不再是同一种产品的中间使用，而是原来不同产品中间使用行的一种新组合，新的使用行源自各自对应的不同的初始投入。这时分割重组所采用的系数为各部门投入对不同初始投入供给的依赖度，即：$\hat{v}(I-R)^{-1}\hat{x}^{-1}$，利用这一系数矩阵左乘 $\hat{x}R$ 可以转换得到 $\hat{v}D$，也就是：$\hat{v}(I-R)^{-1}\hat{x}^{-1}\hat{x}R=\hat{v}(I-R)^{-1}R=\hat{v}D$。

但是，对于上述结论，并不能基于两者的对称关系，简单地认为列昂惕夫逆阵$(I-A)^{-1}$ 针对的将是列交换，而高希逆阵$(I-R)^{-1}$ 针对的将是行交换。因为两组系数之间也存在着转换关系：

$$\begin{aligned}\hat{x}^{-1}(I-A)^{-1}\hat{y}&=\hat{x}^{-1}(I-A)^{-1}\hat{x}\,\hat{x}^{-1}\hat{y}\\&=(I-R)^{-1}\hat{r_y}\end{aligned} \tag{21}$$

式中，$(I-R)^{-1}r_y$ 为元素全为 1 的列向量，因此矩阵 $(I-R)^{-1}\hat{r_y}$ 的行向元素的合计为 1，表明一个部门的产出受不同最终产品拉动所占的份额，而这正是原先的系数要达到的目的。

对称地，有：

$$\begin{aligned}\hat{v}(I-R)^{-1}\hat{x}^{-1}&=\hat{v}\,\hat{x}^{-1}\hat{x}(I-R)^{-1}\hat{x}^{-1}\\&=\hat{a_v}(I-A)^{-1}\end{aligned} \tag{22}$$

式中，$a_v(I-A)^{-1}$ 为元素全为 1 的行向量，$\hat{a_v}(I-A)^{-1}$ 列向元素合计为 1，表明不同初始投入所推动的投入在全部投入中所占的份额。

从上述两组关系出发，通过 $(I-A)^{-1}$ 建立起最终产品与所需的初始投入之间的关系，而通过 $(I-R)^{-1}$ 建立起初始投入与所推动的最终产品之间的关系。因此，前者称为后向关联系数，而后者称为前向关联系数。在管理理论中，企业对不同供应商的并购称之为纵向整合，而对同一种或类似产品供应商的并购称之为横向整合。在投入产出对部门分类的讨论中，对平行生产过程的加总称为横向加总（horizontal aggregation），而对生产过程连续生产阶段的加总称为纵向加总（vertical aggregation）（Chenery & Clark，1959）。此外，由于 $B\hat{y}$ 是把生产同一最终产品所需的不同部门的投入重组在一起，因此投入产出文献中普遍以此来表现纵向一体化。① 本文将 $\hat{v}D$ 看作是某种形式的横向一体化，只不过其含义是把同一初始投入所推动的不同产品的销售重组在一起。不管怎样，投入产出框架下的这两组概念都有其自身的含义，纵向一体化是针对不同的最终产品，对投入的整合，在视角上向上游回溯，而横向一体化是针对不同的初始投入对使用它的产品的整合，在视角上向下游延伸。基于概念本身的含义，可以进一步用于现实经济的分析，例如利用纵向一体化可以基于消费、资本形成和出口等不同最终需求分析，把整个经济生产区

① 除管理理论外，纵向一体化概念也大量出现在经验分析中，例如 Hummels *et al*.（2001）的垂直专门化概念，以及斯拉法经济学中，例如“子体系”概念和“纵向一体化部门”的概念（Pasinetti，1973）。

分成消费品、资本品和出口品的不同生产体系，利用横向一体化可以基于资本投入和劳动投入等不同初始投入分析，把经济系统区分成资本驱动和劳动驱动的经济系统。需要指出的是，基于 A 系数的需求拉动模型和基于 R 系数的供给驱动模型只是观察生产过程的两个视角，相互之间转换的基础是基于同一张投入产出表的数据。

（二）对称模型的意义

供给驱动模型提出以来一直备受争议。争论的核心在于供给驱动模型在预测中需要以分配系数的稳定为前提，而现实中分配系数所表现的市场联系，远不如直接消耗系数所表现的技术关系那样稳定。不仅如此，在模型假定的背后，当分配去向为固定比例且假定不变的情况下，投入之间将表现为完全替代的关系，投入之间的技术比例关系将不复存在。此外，相对于需求拉动模型的需要多少，生产多少，供给驱动模型中，对于任何给定的初始投入，推动中间产品的前向传递，供给多少就需求多少，一直到最终需求的完全实现，不仅生产的技术比例失去意义，最终产品之间可能存在的互补关系也无法成立。这是对供给驱动模型的担忧所在。

对此，本文认为，对称模型的意义在于一方面扩展了投入产出分析系统，另一方面也有助于重新审视基本的需求拉动模型的假定。如果供给驱动模型的假定过于极端，需求拉动模型的假定则处在另一个极端。包括需要多少则生产多少，以及产品在不同使用去向（包括中间使用和最终使用）上的完全同质和可替代。这些假定在现实经济中往往难以成立。从更高层面看，这正揭示了经济分析的局限性。相对于投入产出表数据所包含的现实经济的多面性，一旦引入技术系数或者是分配系数，意味着选定了某种视角，从而排除了其他的视角，不可避免地带来分析的局限。这也为一般意义上经济分析的局限带来思考。

Dietzenbacher（1997）对于供给驱动模型的质疑提出了一种新的解释。在他看来，供给驱动模型模拟了初始投入的变化如何直接和间接推动产出改变，这与价格模型的传导机制是一样的。Dietzenbacher（1997）证明了对于初始投入的变化，用供给模型所测算的产出改变，与用价格模型模拟的价格变化，从价值量改变的事实结果看两者是一致的。因此，Dietzenbacher（1997）认为供给驱动模型本质上是一种价格变化，尽管分配系数不变而技术系数发生改变，但这种改变只是初始投入变动带来的价格变化的结果。这一分析对于整个对称体系，在 A 系数与 R 系数的数量模型之间的对称性之外，表现出供给驱动的数量模型与基于直接消耗系数的价格模型之间的同一性。实际上，对于这一结论本文同样可以基于两种系数的转换关系来说明。以两部门模型为例，假设第一个部门的初始投入增长了 β，利用供给驱动模型，这种改变带来的产出的变动为：

$$\begin{aligned}(\Delta x_1, \Delta x_2) &= (\beta v_1, 0)(I-R)^{-1} \\ &= (\beta v_1, 0)\hat{x}^{-1}(I-A)^{-1}\hat{x} \\ &= (\beta a_{v1}, 0)(I-A)^{-1}\hat{x} \end{aligned} \tag{23}$$

因此有：

$$\begin{aligned}(\Delta x_1, \Delta x_2)\hat{x}^{-1} &= (\Delta x_1/x_1, \Delta x_1/x_2) \\ &= (\beta a_{v1}, 0)(I-A)^{-1} \end{aligned} \tag{24}$$

由此可以看出，供给驱动模型测算的初始投入变化带来的产出的增长率，经过上面的转换得到的方程右侧公式恰好是价格影响模型测算第一部门初始投入上涨 β 带来的对两部门价格的影响。不仅如此，从对称角度思考，相对应地，是否在需求拉动的数量模型与某种基于分配系数的价格模型之间也存在着类似的同一性？事实正是如此。同样以两部门为例，并假设有两类最终需求，一种新的价格模型可以表示为如下形式：

$$\begin{pmatrix} x_1 & \\ & x_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{25}$$

式中，$\begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix}$为实物型中间流量矩阵。这一价格模型中同一种产品由于销售对象的不同，出价也不一样，因此行向平衡表明产品的总收入等于来自各项收入的合计。同一种产品的价格成为所有售价的加权合计。最终产品如果是实物量，需要引入最

终产品价格，这与基于 A 系数的价格模型中的初始投入类似，采用价值量，右边需要乘元素全为 1 的列向量，对价值量进行加总。模型两边左乘产出的对角矩阵的逆，求解有：

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_{y11} & r_{y12} \\ r_{y21} & r_{y22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{26}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = (I-R)^{-1} \begin{pmatrix} r_{y11} & r_{y12} \\ r_{y21} & r_{y22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{27}$$

式中，$\begin{pmatrix} r_{y11} & r_{y12} \\ r_{y21} & r_{y22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & \\ & x_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix}$表示最终产品系数矩阵。上式表明最终需求价值的变化直接与间接拉动产品价格的变动，某一最终产品由于售价的上涨，其所需投入品价格，以至于投入的投入等等都会有相应的上涨。可以发现，中间产品价格还是最终产品价格都不是以前投入产出价格模型中的成本价格，而是一种需求或效用决定型的价格。对于这一价格模型，利用 A 系数与 R 系数之间的转化关系，同样可以证明它与需求拉动数量模型测算结果之间的一致性。假设部门 1 第一类最终需求的比例 r_{y11} 由于某种原因（例如额外的价格冲击）上涨了 β，那么产品价格的变化为：

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{pmatrix} &= (I-R)^{-1} \begin{pmatrix} \beta r_{y11} \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \hat{x}^{-1}(I-A)^{-1}\hat{x} \begin{pmatrix} \beta y_{11}/x_1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \hat{x}^{-1}(I-A)^{-1} \begin{pmatrix} \beta y_{11} \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & \\ & x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{pmatrix} = (I-A)^{-1} \begin{pmatrix} \beta y_{11} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{29}$$

这正是需求拉动模型 $\Delta x = (I-A)^{-1}\Delta y$ 的测算公式。由此说明基于分配系数的需求拉动型价格模型的测算结果与基于投入系数的需求拉动型数量模型的测算结果是一致的。

（三）Seton 的特征价格模型：对称模型的一个应用

投入产出分析系统的对称体系从两个视角建立了初始投入与最终产品之间的联系，Seton（1992）利用这一性质提出了特征价格（eigenprices）模型。这一模型所要回答的问题是：基于成本价格，产品的价格最终是要由要素的价格来决定，而要素的价格又是如何决定的？在 Seton（1992）看来，要素的价格最终又要由它所生产的最终产品的价格来衡量。这两种价格决定同时实现达成了一种均衡价格，这一均衡价格就是该经济系统的特征价格。

设 V 为要素投入矩阵，同一行为同一要素在不同部门生产中的投入，同一列为对应生产部门所有要素投入。v^T 为不同要素总投入量的列向量，所以其元素为矩阵 V 的行合计。同一行的某种要素投入到各个部门最终用于生产不同的最终产品，由此所获得的收入与该要素的价值量应该相等，也就有如下平衡方程：

$$\hat{v} r^T = V(I-R)^{-1} \hat{r_y} p^T \tag{30}$$

式中，r^T 为要素价格列向量，p^T 为产品价格列向量。也就是说，一方面要素的价格取决于最终产品销售所带来的收入，并进一步取决于产品的价格。上式经整理有：

$$r = p\hat{r_y}\left[(I-R)^{-1}\right]^T V^T \hat{v}^{-1} = pN \tag{31}$$

式中，令 $N = \hat{r_y}\left[(I-R)^{-1}\right]^T V^T \hat{v}^{-1}$。

另一方面，产品的价格又取决于它所包含的要素的价值，即：

$$p = rA_v(I-A)^{-1} = rC \tag{32}$$

式中，A_v 表示要素的初始投入系数矩阵，其每一行对应某一种要素在各个部门单位产出生产中的初始投入，而其每一列则表示某个部门生产单位产出需要的各种要素的初始投入，令 $C = A_v(I-A)^{-1}$。

如此，把要素价格模型带入产品价格模型，以及把产品价格模型带入要素价格模型，得到：$p = pNC$，以及 $r = rCN$。表明产品价格 p 和要素价格 r 分别为矩阵 NC 和 CN 的左特征向量。Seton（1992）把这一价格称为特征价格。

在上述分析中，最重要的是两组转换系数。对于产品价格还原为要素价格的关系，是 $A_v(I-A)^{-1}$，根据前面的分析，它是根据不同类别的初始投入在各个使用去向之间分割重组的系数。例如，如果 A_v 是包含劳动和土地两种投入的投入系数矩阵，那么将针

对这两种要素投入对行向使用进行分割重组。对于要素价格由产品价格来确定的关系，则是 $(I-R)^{-1}\hat{r_y}$，根据前面的分析，它正是针对不同最终产品对投入进行分割重组的系数 $\hat{x}^{-1}(I-A)^{-1}\hat{y}$。这样的理解下，把这种转换关系带入到前面的要素平衡方程中，从而转换为等价的另一种形式的平衡方程：

$$\begin{aligned}\hat{v}r^T &= V(I-R)^{-1}\hat{r_y}p^T = V\hat{x}^{-1}(I-A)^{-1}\hat{y}p^T \\ &= A_v(I-A)^{-1}\hat{y}p^T \end{aligned} \tag{33}$$

公式左边表示按要素价格计算的不同要素的价值量列向量，最右边的 $\hat{y}p^T$ 为最终产品价值列向量，而 $A_v(I-A)^{-1}$ 则把最终产品的价值还原为要素的初始投入价值。因此，整个关系表示每种要素的价值等于所有最终产品中所包含的该要素价值量合计。

此外，需要进一步指出的是，现实中通常没有实物表，如果基于价值表，无论是产品价格 p 还是要素价格 r 计算的结果都将成为元素全为 1 的行向量，而且最大特征值为 1。其经济含义是特征价格与实际价格相一致。实际上，Seton（1992）把成本和价格区分开来，把不能看作要素的投入排除在外，在要素的投入成本之上存在一个加价，形成产品的价格，并假定所有部门具有一个统一的加价率 α，即要素成本 rC 占价格 p 的比率，那么产品价格公式将为 $p=\frac{1}{\alpha}rA_v(I-A)^{-1}=\frac{1}{\alpha}rC$。这样上述公式将转变为：$\alpha p=pNC$，$\alpha r=rCN$。这时 NC 与 CN 的特征向量将不再是全为 1 的向量，而 α 为特征值。实际计算中通过让特征价格与最终产品相乘让其合计等于实际 GDP，可以对特征价格标准化。这时，特征价格相对于 1 的背离就代表着实际价格相对于均衡价格的背离。因此，特征价格的大小本质上是统一的加价率假定与各部门实际加价率不一致所带来的偏离。如果把统一的加价率看着是市场均衡应该达到的一种结果，那么特征价格与实际的偏离就代表着对这一均衡的偏离。

五、广义投入产出模型的对偶性质

（一）广义投入产出框架下的对偶关系

投入产出模型也可以用数学上的线性规划对偶关系进行重新表述，建立广义的投入产出模型。对于实物体系而言，是以给定需要生产的净产出，寻求最小的初始投入成本，用线性规划描述，即：

$$\text{Min } wa_0x, s.t. (I-A)x \geqq y, x \geqslant 0 \tag{34}$$

而对于价格体系而言，是在价格小于等于单位成本的条件下最大化净产出价值。即：

$$\text{Max } py, s.t. p(I-A) \leqq a_0w, p \geqslant 0 \tag{35}$$

式中，a_0 为劳动投入系数行向量，w 为单位劳动的价格即工资率。假设劳动为唯一的要素投入。根据对偶性质（互补松弛条件），最优解情况下，如果原问题某个约束条件严格不等式起作用，那么对偶问题中对应变量的最优解为 0。若价格体系中某种产品价格小于单位成本，则实物体系中对应的产出将为 0，企业将不生产。在长期均衡下，存在正的最优产出 x^* 和最优价格 p^*，则约束条件将都满足等式约束，也即投入产出的数量模型和价格模型。在上述规划问题的构造中，假设初始投入要素劳动无供给方约束，或假设所有部门都有足够的生产能力，这也是经典投入产出模型的假设条件。实际上，在把基本的投入产出模型扩展为广义的投入产出模型之后，可以通过在约束条件中增加要素供给约束、资源环境约束等考虑更为复杂的情况。当然，上述问题的目标函数也可以从考虑单一要素增加到考虑多个要素，例如考虑劳动和资本，则此时的目标函数包括了劳动要素和资本要素的成本。

在广义投入产出模型的建立中，也可以在多部门生产的投入产出平衡关系（即等式关系）成立的条件下考虑要素供给、资源环境等约束条件。如果生产体系中存在多个初始投入要素，利用给定技术条件下产出与最终产品的转换关系，把模型变量转换为净产出 y，把约束条件转换为要素供给约束。对于实物体系而言，是在给定要素约束下，最大化净产出，即：

$$\text{Max } py, \text{s.t. } By \leqq b, y \geqslant 0 \tag{36}$$

而对于价格体系而言，则是：

$$\text{Min } rb, \text{s.t. } rB \geqq p, r \geqslant 0 \tag{37}$$

式中，$B=A_v(I-A)^{-1}$ 为实物形式的完全初始投

入系数矩阵，b 为要素的供给量列向量。因此，原问题的约束为最终产出或者是净产出生产中每种要素的总需求量不超过其供给量。这种情况下，所有要素的线性约束方程将对应多个超平面，满足所有约束的可行解集为凸集，在这个凸集中寻找目标函数的最大值。对偶模型中的向量 r，在数理经济学教科书中称为要素的影子价格，并把模型解释为把某一生产中所需的要素直接销售出去所得收入不小于用这些要素生产产品所得到的销售价格的情况下，现有要素直接销售所能获得的最小收入是多少。

投入产出模型是多部门线性模型的特例，如果把投入产出模型推广到存在多个可供选择的技术条件下，这种广义投入产出模型就会表现出一个独特的性质，即在静态体系下广为讨论的无替代定理（nonsubstitution theorem）。

（二）无替代定理的含义

投入产出静态体系模型性质的研究中，首先就是生产性（productive），所谓生产性就是存在非负向量 x'，使得 $x'>Ax'$，净产出为正。经济意义上表明这一技术可以自我维系进行生产。由于技术系数的特殊性，使得投入产出模型具有的一个性质是，如果技术 A 可以生产出某个有经济意义的净产出 $y'=x'-Ax'$，那么它就可以生产出任何有经济意义的净产出。即如果 A 具有生产性，那么对于任何的 $y\geqq 0$，$(I-A)x=y$ 均存在非负解。[①] 但是，尽管 A 可以生产出任何有经济意义的最终产品，在存在多个可选择技术的广义投入产出模型中，如果对于 y 的生产 A 是最优技术，那么对于任意某个 y'，A 是否仍是最优技术？也就是对于最终产品向量 y'，技术 A 是否仍是成本最小化的？无替代定理表明，如果只有唯一的初始投入，那么即使存在更多生产方法的选择，原先最优的技术 A 对于任意最终产品向量的生产仍是成本最小化的。这一定理有很多证明方法，Gale（1960）从投入产出体系的对偶性质出发，对定理进行了证明。其基本思想是，假设唯一的初始投入为劳动，B 为广义技术系数矩阵，其元素中正数表示产出，负数表示投入，那么对于最优化问题：

$$\begin{aligned}&\text{Min } a_0 x\\&\text{s.t. } Bx\geqslant y, x\geqslant 0\end{aligned}\tag{38}$$

式中，x 表示生产过程的产出向量，y 表示净产品向量，生产过程数大于产品数，且每个生产过程（活动）只生产一种产品，从而存在技术选择，使得劳动投入最小。由于生产过程数大于产品数，会出现方程数小于未知数个数。考察这一问题的对偶问题，为：

$$\begin{aligned}&\text{Max } py\\&\text{s.t. } pB\leqq a_0, p\geqslant 0\end{aligned}\tag{39}$$

在这一优化框架下，原问题中的技术选择问题等同于寻找上述线性规划问题的最优基。如果 x^* 和 p^* 是原问题与对偶问题的最优解，根据对偶问题的数学性质，若最优解情况下对偶问题中某个约束中严格不等式成立，则该约束对应于原问题的最优解 x^* 中相应的分量为 0，这意味着相应的生产过程被排除在最优技术之外。由此，得到最优技术组合，也就是原问题中的一组最优基。假设最终产品发生改变，由 y 变成 y'，根据现有技术的生产性，存在相应的可行解 x'，也就是 x'定义在与 x^* 同样的一组基上，其零分量相同，将系数矩阵 B 记为 $B=(B_B\quad B_N)$，其中 B_B 为对应的基，将 x' 记为 $x'=\begin{pmatrix}x'_B\\0\end{pmatrix}$，$x'_B$ 为基变量。根据原规划可行解要满足的条件可得：$x'_B=B_B^{-1}y'$，此时原规划目标函数取值为：$a_{0B}B_B^{-1}y'$，其中，a_{0B} 为目标函数中基变量 x'_B 对应的系数向量。由于对偶问题的约束条件保持不变，p^* 作为最终产品向量为 y 时对偶问题的最优解，在最终产品向量为 y' 时依然可行，且对应的可行基也为 B_B，从而可得 $p^*=a_{0B}B_B^{-1}$，此时对偶问题的目标函数取值为：$a_{0B}B_B^{-1}y'$。因此，x' 和 p^* 分别为最终产品向量为 y' 时原问题和对偶问题的可行解，且它们对应的目标函数值相等，根据线性规划的对偶理论，x' 和 p^* 分别为原

① 投入产出的系数矩阵（$I-A$）是一个 Z－矩阵。数学上，在 Z－矩阵条件下，存在众多的等价条件，基于非负矩阵 A 的线性生产系统有经济意义解的 H－S 条件就属于其中的两个条件。Nikaido（1968）所提出的广义 H－S 定理作为对原H－S 定理的推广，也属于这些条件中的一部分。

问题和对偶问题的最优解，并且最优基与最终产品为 y 时相同，所以对于 y'，原先的最优技术选择仍是最优的。

无替代定理的成立有赖于其特殊的假定，这其中最重要的就是存在唯一的初始投入。① 对于无替代定理的经济含义，Dorfman *et al*.（1958）进行了解释。简单归纳起来就是，由于劳动为唯一的初始投入，商品价格将完全取决于直接和间接消耗的这种要素的数量。例如“工资率的变化，只是等比的增加一切商品的价格”，所以相对价格不改变。最终需求的改变虽然带来了产出的变化，但是对价格却并不产生影响，因此，尽管最终需求改变，由于过高的成本曾经被抛弃的技术在新的需求下仍将面临更高的成本。所以，技术选择并不会因为需求的变化而改变。

对这一解释，本文有必要做进一步的说明。在唯一初始投入的情况下，直接的初始投入系数为 a_v，完全初始投入系数 $b_v=a_v(I-A)^{-1}$。假设对于最终产品 y 的生产中 $b_v^*y<b_vy$，也就是 b_v^* 比任何其他的 b_v 使用最小的初始投入，从而为最优技术，那么当最终产品为某一其他 y' 时，是否 $b_v^*y'<b_vy'$ 始终成立，即仍是成本最小化的？因为 $p=a_v(I-A)^{-1}=b_v$，因此，产品的价格等于所包含的要素价值。所以，对产品中所包含的完全要素的思考，可以转换为关于价格的思考。虽然底层的技术变化是实物的，但是因为只存在唯一一种要素，基于实物量还是价值量对结果不会产生影响。如此，对于 $(b_v-b_v^*)y>0$，也就是 $(p-p^*)y>0$，假设原来的最优技术中，某一部门技术改变，而其他部门技术不变，那么技术改变的部门成本将变得更高，从而价格上涨，根据价格影响模型，这会导致其他部门价格也上涨，而不可能下降，因此 $(p-p^*)>0$，不可能部分产品价格变化为正，部分为负。因此，对于任何其他的半正向量 y'，必然 $(p-p^*)y'>0$，从而最优技术始终是成本最小化技术。或者从对偶的角度看，给定初始投入要素 b 的情况下，最优技术的约束方程 $b_v^*y=b$ 将是唯一约束，例如，在只有两种产品的情况下，可行域为第一象限内该约束直线下的区域，对于任何非最优的其他技术的约束方程将处于最优技术的前沿面之下，从而对于任何最终产品的选择，最优技术始终能够实现净产出的最大化。

但是，如果初始投入不唯一，那么在最小化初始投入的目标函数 b_vy 中，b_v 不再是一个行向量，而是一个矩阵。该矩阵行的数目取决于初始投入的种类，例如，由劳动投入与土地投入所构成的完全投入系数矩阵。在单一劳动投入要素的情况下，是否引入要素价格，也就是以实物劳动投入来度量，还是以工资这种价值量来度量，并不会对成本最小化的结果产生影响。但是，在两种或两种以上投入要素的情况下，作为一种加总的权数，要素价格的引入将不可避免。例如，引入工资率和地租来对初始投入价值进行加总。要素价格的引入，使得整个生产体系中相对价格的决定不再唯一地取决于技术系数，同时取决于要素相对价格。从线性规划的敏感度分析角度来看，如果只有一种初始要素投入，则要素价格的改变不会改变目标函数的最优解；而如果有多种要素投入，则意味着目标函数系数要同时考虑多种要素相对价格变化的影响，对偶规划约束条件右端参数不再随着要素价格变动而同比例变化，要素相对价格的变化必然使得目标函数的最优解发生变化，从而对最优技术选择产生影响。因此，随着要素价格的引入，在多部门分析框架下要素价格作为一种分配变量，反过来会对技术选择产生影响，这种分析思路将把研究引入到古典生产理论基于技术的分配前沿所开展的对分配与技术选择关系的讨论。

（三）古典理论家们的困扰

无替代定理从逻辑上展示了多部门投入产出框架下技术、要素价格与产品价格相互影响的关系，这同样是古典理论学者们所感兴趣的话题，只不过他们更关心的是伴随要素价格变动的分配问题。

现代分析认为，李嘉图的核心观点可以用“谷物模型”进行描述（马克·布劳格，2009）。这一模型假想了只有一种商品的经济，包括工资在内的投入品是谷物，产出也是谷物，由此李嘉图能够清

① 其他的条件还包括规模报酬不变与无联合生产。

楚地界定工资与利润的份额。但是，如果把单一商品模型扩展到两种或以上的商品，相对价格由此出现，这时的价格模型为 $p=(1+r)pA+wa_0$，表明在技术给定的条件下，工资率 w 和利润率 r 与相对价格之间存在相互影响的关系。斯拉法认为，两种产品的相对价格变动，不但取决于它们各自生产时所使用的劳动对生产资料的比例，并且取决于这些生产资料本身被生产时所使用的比例，还取决于这些生产资料的生产资料被生产时所使用的比例。结果导致，两种产品相对价格的变动方向随着工资的下降，和根据它们各自的'比例'所期望的相反"（彼罗·斯拉法，1962）。这样，在工资与利润份额的划分中，如果工资涨落本身会使社会产品的价值量值发生变化，那么对利润的影响就很难确定（彼罗·斯拉法，1962）。从价格模型出发，$p=wa_0[I-(1+r)A]^{-1}$，利润率的上升导致价格上涨，实际工资率相应下降，尽管实物体系下唯一的劳动投入要素使得技术的无替代性质仍然成立。进一步引入计价物 d 使得 $pd=1$，就有 $wa_0[I-(1+r)A]^{-1}d=1$，这样以利润率为横轴，工资率为纵轴，在第一象限将得到给定技术下的工资利润分配曲线。但是，随着计价物的改变，这一曲线会发生变化，从而影响对分配关系的度量。不仅如此，由于价格传递的复杂性，这一曲线除右下倾斜外，无法对具体形状进行任何限定，不同技术的所有曲线最大可能的组合构成分配前沿面，在多种技术中进行技术更替时可能随着利润率的下降，人均资本并不一定会越来越大，从而出现资本并不必然替代劳动的悖论（Pasinetti，1977）。从无替代定理到要素替代悖论，古典传统的学者们坚持以技术选择来反对需求变化与要素替代之间的确定性机制。面对收入分配与相对价格变动的复杂关系，在李嘉图单一商品的谷物模型外，学者们从更多角度展开研究。

一是最大利润率和最大工资率的两种极端假定。研究者们在多部门框架下，对工资率或利润率为零条件下的分配关系进行了分析。从投入产出角度看，这就回到了唯一初始投入要素的一种最简单形式（Pasinetti，1977）。古典劳动价值论从模型性质的角度也属于这类假定。如果只有劳动是唯一的初始投入的话，价格将与生产中"体现劳动（embodied labor）"的实物量成比例（Pasinetti，1977）。在经济理论史学者马克·布劳格看来，尽管李嘉图批评了斯密的"支配劳动（labour commanded）"概念，但是却坚持了"劳动价值论"，而这种坚持一方面是由此避开不同的部门资本有机构成下工资率变动对相对价格的干扰，即所谓的"李嘉图效应"，另一方面是因为在近似的比率上，商品交换在数量上更多地受相对劳动成本的影响，所以布劳格认为，李嘉图的劳动价值论并非"分析的劳动价值论"，而是一种"经验的劳动理论"（马克·布劳格，2009）。

二是采用严格的所有部门有机构成相同的假定。古典传统的研究者们假定在 pA 与 a_0 之间所有部门保持同一固定的比例，$pA=\delta a_0$，如此引入计价物，$pd=(1+r)\delta a_0 d+wa_0 d=1$。这样分配曲线将成为线性函数。Samuelson（1962）提出代用生产函数（surrogate production function）以避免出现要素替代悖论时采用的正是同样的这一假定。在多部门的框架下，随着要素价格的变化，人均资本的无序变动，要素的使用并不必然呈现完美的替代关系，但是在代用生产函数中引入所有部门资本有机构成相同的假定，使得给定技术下的分配曲线成为线性函数，人均资本对于某一给定技术将唯一取决于该曲线的斜率，那么在多种技术的选择过程中，随着利润率的下降，人均资本上升，将必然呈现资本对劳动的替代。实际上，无论是资本有机构成不变，还是代用生产函数，从投入产出模型的角度看，中间投入与初始投入所有部门严格保持相同的比例，实质上把多部门模型又退化成了总量模型，并以这种方式避开了分析中所面临的结构问题。

三是寻找一组复合商品作为不变价值尺度。在彼罗·斯拉法（1963）看来，李嘉图的困惑在于相对价格的变化对分配的干扰，使得分配关系会随着计价物的不同而发生改变，为此需要寻找一种"不变价值尺度"。斯拉法基于现实经济中的 A 系数，构造了一个假想经济的标准体系。在该体系中，每种产品的最终使用与中间使用保持相同的比例，并把这一比例称为"剩余率"。这一体系的最终产品成为一组标准商品，以其为计价物，可以导出工资

率和利润率之间线性的分配前沿，从而解决李嘉图不变价值尺度的难题。

无论如何，古典理论学者从其基本理论倾向出发，忽略需求而尽量从生产的角度来解释经济过程，那么在生产体系内就需要面对技术、分配与相对价格之间的关系，并且要放在结构框架下来进行思考。从投入产出分析的角度看，由此所产生的“不变价值尺度”，以及对要素替代机制的批判等诸多问题，本质上正是结构问题带来的必然结果。但是，在新古典（neoclassical）看来，价格本来就不是完全在生产体系内所决定的，无论是要素价格还是产品价格都在市场机制作用下，受外在的效用和需求的引导，因此认为结构模型下可能面对的逻辑矛盾在现实中是可以避免的，甚至可能根本不会出现。

六、结论与展望

通过上述分析可以看出，投入产出分析框架的基本特征主要表现为三个方面，即以生产为中心、模型的结构性与方法的系统性。首先，边际革命以来，主流理论从古典理论对生产的关注，转为新古典理论对效用与需求的重视。然而，投入产出关注的核心问题仍是生产，以及围绕生产一方面形成分配关系，另一方面以生产的产品来满足各种需求。其次，投入产出模型是多部门模型，如果把多部门替换为单一部门，投入产出模型最重要的性质将几乎丧失殆尽。在多部门的基础上，通过中间产品形成部门与部门之间的联系，所以中间产品必不可少，而主流理论的生产模型往往舍弃中间产品。正是基于中间产品及其相互需求，经济过程在投入产出框架下表现为是一种循环流，而非线性流（Dorfman *et al*.，1958）。在斯拉法的分析中，则表现为“用商品生产商品,”而非用要素生产商品（彼罗·斯拉法，1963）。也就是，商品既是产出同时也成为投入，生产体系本身生产出所需要的投入品，正是基于中间产品，经济系统的种种结构特征才得以展开。第三，基于产品供给与使用去向之间的行向联系，引入技术系数，建立投入产出的需求拉动模型。基于投入与产品价值构成之间的列向关系，在技术系数基础上，建立投入产出价格模型。通常的价格影响模型更多关注于相对价格变动的测算，而斯拉法体系通过对初始投入中工资利润关系的分析提供了技术、收入分配与相对价格之间更为丰富的理论内涵。分配系数的引入则从另一个角度大大扩展了投入产出的系统分析体系。

从上述三个方面的特点可以看出，投入产出分析体系的这些分析特色往往与新古典主流理论的基本假定并不一致。例如，投入产出采用固定比例生产函数，尽管L形生产函数也具有广义上的凸性，但是固定投入比例的假定下，新古典生产函数中最重要的要素之间的替代关系被排除在外，基于边际概念的最大化与均衡调节机制也面临失效。更为重要的是，投入产出模型下，需求决定产出与经济规模，而价格则由单位成本来决定。这一描述也正是马克·布劳格在《经济理论的回顾》中对斯密与李嘉图等人理论特征的评价。布劳格认为，斯密理论中的生产，面对的是长期供给曲线完全为水平的情况，没有领悟到需求对价格的影响，所以斯密理论是马歇尔理论的特例（马克·布劳格，2009）。但是，在斯拉法看来，古典理论的这种特点并非是采取了规模报酬不变假定的结果，因为古典学者们根本就不考虑“收益改变和不变的问题”，古典生产体系的那些性质“不取决于生产规模和‘要素’比例的改变。”而且，这个论点是从亚当·斯密到李嘉图老的古典经济学家的论点，在‘边际’方法出现以后，它被淹没和遗忘了（彼罗·斯拉法，1963）。按照这种说法，古典理论并非是某种特例，而是古典分析体系作为更一般的分析框架的必然结果。

实际上，上述观点的分歧反映了方法论上如何看待理论史演进的两种相互冲突的观点。阿列桑德洛·荣卡格利亚（2009）在《西方经济思想史》中指出，按照累积性观点，现有经济理论比历史上曾经出现的那些理论要更高级；相反，竞争性观点则基于库恩的科学革命，认为不同范式的更替并不是一个以知识总量的不断增长为特征的逻辑系列。不同的范式被认为是彼此间不能相比的；每一种范式都形成了解释现实的不同的方法，都必定以一系列特定的化繁为简的假设为基础。在本文看来，斯密与李嘉图分析框架上的特点是与当时整体社会思想

的倾向是有关系的，古典时期的研究者们更为关注长期，供求变化带来的价格变动只是一种短期现象，古典学者们并非没有认识到需求的作用，而是根本就不关心。按照方法论上的竞争性观点，一个时代有一个时代的问题，而分析架构是否适合所要解决的问题才是决定分析方法取舍的关键。我国经济正处在结构转型的深刻变革中，供给侧改革提出了紧迫的理论问题，投入产出方法理应发挥其分析作用。实际上，对现实问题的回避往往导致理论与事实的割裂，而这也正是沃西里·里昂惕夫（1990）提出投入产出方法的原因。现如今，研究者们也许并不缺乏数据，但缺乏理论的指引和对方法性质的理解，数据仍仅限于一种未被理解的事实。

在上述方法论层次认识的基础上，本文认为投入产出的发展一方面要以现实问题为导向，从解决实际问题出发，更好发挥投入产出方法的特长。近年来，区域模型、资源与环境模型，以及全球价值链的分析等等都是利用投入产出方法特点解决实际问题取得进展的例证。另一方面是与其他方法，包括主流理论在内的结合。在这方面，Dorfman *et al.*，（1958）对投入产出方法的阐述，代表了从主流理论的视角对投入产出模型所展开的一种纯数理讨论。而可计算一般均衡，以社会核算矩阵为数据基础，在投入产出模型生产框架基础上增加了效用最大化原则下对消费者收入与支出如何决定的描述，分析的范围涵盖了产品市场和要素市场，成为投入产出方法的重要扩展。此外，近年来对于如何在TFP增长率的分析中把中间产品的影响考虑进来（Baqaee & Farhi，2019）以及生产网络分析（Acemoglu & Azar，2020）等方面，投入产出的思想与方法也在现代研究中不断得以呈现。对于诸如此类的投入产出方法的种种扩展，正如Solow（1998）在回顾列昂惕夫《美国经济结构》时对投入产出所提出的忠告那样，通过扩展投入产出模型的假定，与经济学其他分支之间的紧密联系对每个人都是有益的。当然，无论是对我国实际经济问题的分析，还是方法的扩展都要以对投入产出方法性质的理解为基础。这要求研究者们能够从更一般的数理结构出发，并从不同分析路径的学习中寻找启发，而本文所进行的讨论就是希望沿着这一目的，为加深对投入产出模型性质的理解提供一点帮助。

参考文献

［意］阿列桑德洛·荣卡格利亚，2009：《西方经济思想史》（罗汉、耿筱兰、郑梨莎、姚炜堤译），上海：上海社会科学院出版社。

［英］彼罗·斯拉法，1962：《李嘉图著作和通信集》（郭大力、王亚男译），北京：商务印书馆。

［英］彼罗·斯拉法，1963：《用商品生产商品——经济理论批判绪论》（巫宝三译），北京：商务印书馆。

陈锡康、杨翠红等，2011：《投入产出技术》，北京：科学出版社。

联合国经济和社会事务部统计处，1982：《国民经济核算（SNA）》（闵庆全、崔书香、肖家魁译），北京：中国财政经济出版社。

刘起运，1993：《经济系统规划方法与模型》，北京：中国计划出版社。

［美］罗纳德·E. 米勒、彼得·D. 布莱尔，2019：《投入产出分析：基础与扩展（第二版）》（夏明、张红霞、林晨译），北京：中国人民大学出版社。

［英］马克·布劳格，2009：《经济理论的回顾》（姚开建译），北京：中国人民大学出版社。

［美］沃西里·里昂惕夫，1990：《投入产出经济学》（崔书香、潘省初、谢鸿光译），北京：中国统计出版社。

Acemoglu, D., and P.D. Azar, 2020, "Endogenous Production Networks", *Econometrica*, 88(1):33－82.

Baqaee, D.R., and E. Farhi, 2019, "The Macroeconomic Impact of Microeconomic Shocks: Beyond Hulten's Theorem", *Econometrica*, 87(4):1155－1203.

Chenery, H. B., and P. G. Clark, 1959, *Interindustry Economics*, New York: John Wiley & Sons, Inc.

Dietzenbacher, E., 1997, "In Vindication of the Ghosh Model: A Reinterpretation as a Price Model", *Journal of Regional Science*, 37(4): 629－651.

Dorfman, R., P. A. Samuelson, and R. M. Solow, 1958, *Linear Programming and Economic Analysis*, New York: McGraw-Hill.

Gale, D., 1960, *The Theory of Linear Economic Models*, New York: McGraw-Hill Book Company.

Ghosh, A., 1958, "Input-output Approach in an Allocation System", *Economica*, 25(97): 58 - 64.

Hummels, D., J. Ishii, and K.-M. Yi, 2001, "The Nature and Growth of Vertical Specialization in World Trade", *Journal of International Economics*, 54(1): 75 - 96.

Nikaido, H., 1968, *Convex Structures and Economic Theory*, New York: Academic Press.

Pasinetti, L., 1973, "The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis", *Metroeconomica*, 25(1):1 - 29.

Pasinetti, L., 1977, *Lectures on the Theory of Production*, New York: Columbia University Press.

Samuelson, P. A., 1962, "Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function", *Review of Economic Studies*, 29(3):193 - 206.

Seton, F., 1992, *The Economics of Cost, Use and Values*, Oxford: Clarendon Press.

Solow, R. M., 1998, "Rereading the Structure of the American Economy", *Economic Systems Research*, 10(4): 299 - 306.

United Nations, 1966, "*Problems of Input-output Tables and Analysis (Series F No. 14)*", New York.

（责任编辑：李振新）

ON THE THEORETIC PROPERTIES OF INPUT-OUTPUT MODEL

ZHANG Hongxia　XIA Ming

(School of Applied Economics, Renmin University of China)

Abstract: As an empirical research method, input-output technique is widely used in the analysis of practical economic problems, but the understanding of the assumptions and properties of the model is the premise of correct use of the method. The prominent characteristics of input-output model are production-centered, structured and systematic. Demand-driven quantity model and cost-driven price model constitute the core framework of input-output technique, both of which are production-centered. The interaction between industries reflected in the quantitative model and the price model includes not only direct but also indirect connections, therefore it is a structural methodology. From the systematic point of view, this framework takes production as the core to form the endogenous boundary of the model and can further adjust the endogenous boundary and concept. In addition, the supply driven model is established by introducing distribution coefficient, and Leontief input-output model is extended to generalized input-output model by being combined with optimization model, which constitute the systematic framework. Focusing on the basic properties of input-output model, this paper fully discusses some basic issues of the framework, including the nature of structural description, the determination and adjustment of the endogenous boundary of the system, the symmetry of the demand-driven and supply-driven modelling system, and the duality of the generalized input-output system. From the discussion, the thoughts of the authors on the properties of input-output framework are proposed.

Key words: input-output; structural analysis; supply driven; duality