

中国人民大学应用经济学院 2025 年秋季学期

博士研究生综合考试第一部分

本部分考核高级数理经济学（4 道试题中任选 3 道作答，最高分不超过 100 分）与高级计量经济学（4 道试题中任选 3 道作答，最高分不超过 100 分）知识，

考试时间 180 分钟。请在答题纸上注明题号。每科答题不超过 3 道；如果超过，取最低分 3 道题计入成绩。

A.高级数理经济学

A1.（本题 34 分）

考虑一个只生存两期（青年时期，老年时期）的消费者的消费和储蓄决策问题。该消费者只在青年时期参与工作并获取收入，用于消费或储蓄。假设他的偏好可以如下效用函数

$$U(c_1, c_2) = (c_1^{1-\sigma}/1-\sigma) + (c_2^{1-\sigma}/1-\sigma)$$

其中 c_1 、 c_2 分别是他在青年时期、老年时期的消费，且 $\sigma > 0$ 。每单位消费品的价格在两期都是 1 元。他在青年时期参与工作并无弹性提供 1 单位劳动，获取 W 收入。他在老年时期不参与工作且没有收入，只能消费青年时期的储蓄。储蓄利率为 r 。若他在老年时期期末仍有剩余财富，并不会提升效用。

（1）用青年时期的消费和收入表示他的预算约束。（10 分）

（2）储蓄利率为 r ，求解他在青年时期的最优消费和储蓄水平（10 分）

（3）考虑 $\sigma=0.5$ 时，提高利率将增加还是减少他的储蓄？若 $\sigma=2$ 时，提高利率将增加还是减少他的储蓄？若这两种情况下提高利率对储蓄的影响不同，请提供符合经济学直觉的解释。（14 分）

A2.（本题 34 分）

A 和 B 可以看成是消费者的预算集，假设消费者的效用函数为 $U(x,y)=(x^3y^3-\theta)^{1/3}$ ， θ 为常数。

$$A=(x,y):x\geq 0,y\geq 0,x\geq 0,y\geq 0,2x+y-\text{Min}(5-x,0)\leq w,w>0$$

$$B=(x,y):x+y+\text{Min}(5-x,0)\leq w,w>10$$

(1) 在二维坐标轴中，分别画出 A, B 预算集，同时判断他们是否为凸集。
(14 分)

(2) 在给定的效用函数下，分别求解出在 A,B 预算集中的最优消费组合。
(20 分)

A3. (本题 34 分)

回忆 Ramsey-Cass-Koopmans 模型，考虑一个无穷期的消费储蓄问题。与以往不同，我们在模型中加入劳动-闲暇的替代关系，即消费品和闲暇都能提升消费者的效用。此时社会规划者的最优问题为

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, k_{t+1}, n_t\}} & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U[\ln c_t - \kappa n_t] \\ \text{s.t.} & \quad c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t = k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} \quad \forall t \\ & \quad c_t \geq 0, k_{t+1} \geq 0, n_t \geq 0 \quad \forall t \end{aligned}$$

其中 k_0 已知。 $0 < \alpha, \beta, \delta < 1$ 和 $\kappa > 0$ 均为常数。

(1) 上述问题的最优决策，对应刻画消费者储蓄决策的跨期欧拉方程和刻画消费者劳动-闲暇决策的期内欧拉方程。两者由上述问题对应的拉格朗日问题的一阶条件得到。请替换所有的拉格朗日乘子，写出这两个欧拉方程。(14 分)

(2) 请解释跨期欧拉方程和期内欧拉方程的经济学含义。(10 分)

(3) 使用 (1) 中的两个相互独立方程，结合资源约束方程，求解稳态中消费、资本和闲暇的表达式，即这个三元非线性方程组的解析解。(10 分)

A4. (本题 34 分)

考虑如下问题：

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, 1-h_{1t}-h_{2t})$$

s.t.

$$c_t = F^1(k_{1t}, h_{1t})$$

$$k_{t+1} = F^2(k_{2t}, h_{2t})$$

$$k_t = k_{1t} + k_{2t}$$

k_0 给定

其中效用函数 U , 生产函数 F^1, F^2 满足经济学中假设的一般性质。假设资本能在 1, 2 两个部门中自由流动。

- (1) 请将本问题转化为动态规划问题, 明确状态变量 (10 分)
- (2) 解出相应的解方程, 指出欧拉方程, 解释其含义。 (10 分)
- (3) 给出定义稳态的方程组。 (14 分)

B. 高级计量经济学

B1. (本题 34 分)

考虑以下简单的凯恩斯国民收入决定模型,三个方程自上而下分别对应消费函数、税收函数与收入恒等式。

$$C_t = \beta_1^0 + \beta_2^0(Y_t - T_t) + \varepsilon_t$$

$$T_t = \gamma_1^0 + \gamma_2^0 Y_t + v_t$$

$$Y_t = C_t + G_t$$

其中 C_t , Y_t , T_t , G_t 分别是消费、收入、税收和政府支出, $\{\varepsilon_t\} \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_\varepsilon^2)$, $\{v_t\} \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_v^2)$, 且 $\{\varepsilon_t\}$ 和 $\{v_t\}$ 两个序列相互独立。

(1) 消费函数的 OLS 估计量 $\hat{\beta}_2$ 是边际消费倾向 β_2^0 的一致估计量吗?

请解释。(10 分)

(2) 假定 G_t 是外生变量, 不依赖于 C_t , Y_t 。 G_t 是否可作为有效的工具变量? 如果是, 描述两阶段最小二乘估计方法; 如果不是, 请解释(10 分)

(3) 假设政府要保证预算平衡, 使得 $G_t = T_t + \omega_t$, 其中 $\{\omega_t\} \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_\omega^2)$, G_t 是否可作为有效的工具变量? 如果是, 描述两阶段最小二乘估计方法; 如果不是, 请解释(14 分)

B2. (本题 34 分)

研究消费者在线购物支出对其实体店消费支出的影响。假设 T_i 每月在线购物支出(千元), Y_i 表示消费者 i 每月实体店消费支出(千元)。研究者收集了 1000 个消费者的数据, 并考虑使用“居住地到最近大型购物中心的距离”作为工具变量。

(1) 如果直接用 OLS 估计 T_i 对 Y_i 的影响, 可能存在哪些内生性问题? 请具体分析至少三种可能的内生性来源, 并具体解释。(15 分)

(2) 研究者提出使用 Z_i 作为在线购物支出的工具变量。请写出 2SLS 的第一阶段、第二阶段回归方程，分别解释工具变量的相关性条件和排他性条件在此情境下的具体含义，讨论这个工具变量可能违反排他性条件的情况。(15 分)

(3) 假设通过 2SLS 得到的系数估计 $\hat{\beta}_1^V = -0.8$, OLS 估计为 $\hat{\beta}_1^{OLS} = -0.3$ 。解释为什么 $\hat{\beta}_1^V$ 的绝对值大于 $\hat{\beta}_1^{OLS}$ ，这种差异反映什么经济含义？(10 分)

B3. (本题 34 分)

证明如下两个命题：

(1) 当 $T=2$ 时， $\hat{\beta}_{FD} = \hat{\beta}_{FE}$ (16 分)

(2) 证明在有常数项的情况下， $R^2 = [Corr(y_i, \hat{y}_i)]^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})]^2}{[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2][\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2]}$ (18 分)

B4. (本题 34 分)

假设研究警力投入对地方犯罪率的影响，回归方程如下， $crime_{it}$ 为第 i 个城市第 t 年的犯罪率， $Police_{it}$ 为警力投入， x_{it} 为其他可能影响犯罪率的变量， c_i 为非时变的城市特征， θ_t 代表不同年份的截距。

$$crime_{it} = \theta_t + \beta_1 Police_{it} + x_{it}\gamma + c_i + u_{it}$$

(1) 请问 x_{it} 可能包括哪些变量（请列举两个）？ c_i 可能包括哪些变量（请列举两个）？(8 分)

(2) 为什么我们假设截距项 θ_t 是随时间变化的？在实际回归中，应该加入几个时间哑变量来估计 θ_t ？(8 分)

(3) 什么是严格外生假设？有学者假设 $Police_{it}$ 严格外生，这样的假设符合常理吗？如果合理，请解释为什么？如果不合理，请写出合理的外生假设？(10 分)

(4) 如果 $Police_{it}$ 和 c_i 相关，可以使用什么方法来解决内生性问题？写出这种方法的三个假定。(8 分)