

## 中国人民大学应用经济学院 2025 年春季学期

### 博士研究生综合考试第二部分

本部分考核高级微观经济学（4 道试题中任选 3 道作答，最高分不超过 100 分）与高级宏观经济学（4 道试题中任选 3 道作答，最高分不超过 100 分）知识，考试时间 180 分钟。请在答题纸上注明题号。每科答题不超过 3 道；如果超过，取最低分 3 道题计入成绩。

### C. 高级微观经济学

#### C1. (本题 34 分)

假设一个利润最大化的厂商用劳动投入  $x$  和资本投入  $z$  来生产产品  $q$ ，其生产函数为：

$$q=f(x,z)=\min\{x,\sqrt{z}\}$$

产品和资本投入的价格分别  $p$  和  $r$ ，且该厂商的生产决策不影响这两个价格水平。但是，厂商雇佣的劳动投入数量会影响劳动工资水平  $w$ 。具体而言，该厂商面临一条斜率为正的劳动投入供给曲线， $w=x^s$ 。

(1) 设立该厂商的利润最大化问题，并求解该厂商最优的投入水平和产出水平，以及此时的劳动工资水平。（24 分）

(2) 该厂商的均衡结果是否存在福利损失？如果存在，请构建一个福利指标来衡量  $r=1$  和  $p=3$  时的福利损失的大小。（10 分）

#### C2. (本题 34 分)

假设一个农民预测今年有 50% 的可能性是干旱年，50% 的可能性是雨水年。他可以选择种植两个农作物小麦  $w$  和玉米  $c$ 。如果他将所有土地都用来种植某一个农作物，他在干旱年和雨水年的收入如下表所示：

农作物	干旱年收入 YD	雨水年收入 YR
小麦 $w$	28,000	10,000
玉米 $c$	19,000	15,000

该农民的期望效用函数为：

$$EU = \frac{1}{2} \ln Y_D + \frac{1}{2} \ln Y_R$$

(1) 如果该农民只能选择要么全部土地种植小麦，要么全部土地种植玉米，请问他会选择种植哪种农作物？（14 分）

(2) 如果该农民可以选择混合种植两种农作物，假设他将 $\alpha$ 比例的土地用来种植小麦，剩余的 $(1 - \alpha)$ 比例的土地用来种植玉米，每种农作物在不同气候条件下的收入和上表保持同比例的变化（如小麦在干旱年的收入为 $28000\alpha$ ），求解他最优的土地分配方案。（20 分）

### C3. (本题 34 分)

小明在日常生活中可以通过支出 $D$ ，进行牙齿清洁来降低发生重大牙科问题的风险  $\pi(D)$ ，其中

$$\pi'(D) < 0$$

若发生重大牙科问题，则需要手术治疗，治疗费用为  $F$ 。牙齿清洁的价格为  $P$ ，小明的收入为  $Y$ ，伯努利效用函数为 $U(\cdot)$ 。

(1) 假设小明无法购买牙科保险。

(a) 推导其自费选择牙齿清洁支出 $D$ 的最优条件（一阶条件）。（5 分）

(b) 分析当潜在重大牙科问题的治疗费用 $F$ 增加时，小明在牙齿清洁上的支出如何变化。（12 分）

(2) 假设小明为风险厌恶者，且可以购买精算公平的牙科保险。该保险在重大牙科问题发生时对治疗费用进行全额赔付，但不补贴日常牙齿清洁费用。

(a) 计算精算公平牙科保险的保险费率（或价格） $P_I$ 。（5 分）

(b) 在该保险可购的情况下，求小明选择购买的保险额度 $I$ 以及其在牙齿清洁 $D$ 上的支出。（12 分）

### C4. (本题 34 分)

一个经济体中有 $n$ 个人， $i = 1, \dots, n$ 。每个人的效用函数为：

$$u_i(x_1, x_2) = A_i \ln(x_1 + b_i) + \ln(x_2 - 1)$$

假设每个人对两种商品的需求量均为正数。

(1) 求每个人的马歇尔需求函数。（10 分）

(2) 我们需要对参数 $A_i$ 和 $b_i$ 施加什么限制, 使得商品 1 和商品 2 的总需求由价格和总收入决定, 而不依赖于收入分配? 写出条件即可。(16 分)

(3) 请严格证明 (2) 的结论 (充分且必要)。(8 分)

## D. 高级宏观经济学

### D1. (本题 34 分)

以下索洛模型包括五个变量：产出（Y）、劳动（L）、技术水平（A）、物质资本（K）以及人力资本（H），生产函数为：

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta}$$

其中  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$ ,  $0 < \alpha + \beta < 1$ 。劳动、技术水平、物质和人力资本的初始值给定且严格大于零，劳动和技术水平分别按固定速率  $n$  和  $g$  增长：

$$\dot{L}(t) = nL(t)$$

$$\dot{A}(t) = gA(t)$$

产出用于消费和投资，用于物质资本和人力资本投资的比例分别为  $s_k$  和  $s_h$ ，而现有物质资本和人力资本分别按速率  $\delta_k$  和  $\delta_h$  折旧：

$$\dot{K}(t) = s_k Y(t) - \delta_k K(t)$$

$$\dot{H}(t) = s_h Y(t) - \delta_h H(t)$$

(a) 定义  $y(t) \equiv \frac{Y(t)}{A(t)L(t)}$ ,  $k(t) \equiv \frac{K(t)}{A(t)L(t)}$ ,  $h(t) \equiv \frac{H(t)}{A(t)L(t)}$  (a)，将生产函数转换为紧凑形式，并证明其满足稻田条件。（4 分）

(b) 使用相图分析  $k(t)$  和  $h(t)$  的动态学，推导平衡增长路径，并证明其存在且唯一存在。（12 分）

(c) 使用相图详细分析以下冲击对经济的影响：经济初始处于稳态，由于技术和知识迭代加快，人力资本加速折旧， $\delta_h$  出现一个永久性提高。（12 分）

(d) 提出一个可行方案以应对(c)面临的冲击。（6 分）

### D2. (本题 34 分)

考虑以下三阶段 OLG 模型。每一期新出生年轻人口固定为  $N$ ，经济个体经历年轻、中年和老年三个阶段。出生于  $t$  时期的经济个体对应的效用函数取决于三个阶段的消费：

$$u(c_t^y, c_{t+1}^m, c_{t+2}^o) = \ln c_t^y + \beta \ln c_{t+1}^m + \beta^2 \ln c_{t+2}^o,$$

其中  $c_t^y$  代表年轻阶段的消费， $c_{t+1}^m$  代表中年阶段的消费， $c_{t+2}^o$  代表老年阶段的消费。经济个体在各阶段的可支配时间标准化为 1。在年轻阶段，经济个体分配  $\tau_t$  时间用来从事低技术工作，每单位劳动时间获得低技术工资  $w$ 。工作时间的

比例  $\bar{\tau} \leq \tau_t \leq 1$ ，也就是说年轻阶段需要进行最少  $\bar{\tau}$  时间的劳动以维持生计。剩余的  $(1 - \tau_t)$  时间用于学习并获得人力资本。人力资本积累方程为：

$$h_{t+1} = [1 + (1 - \tau_t)\theta]h_t,$$

其中  $h_t$  是  $t$  时期的人力资本，由  $t-1$  时期年轻人的行为决定。在中年阶段，经济个体的时间都用来从事高技术工作，每单位人力资本获得高技术工资  $v$ 。经济个体在老年阶段不工作。劳动收入的跨期转移可以通过国外储蓄（不考虑国内资本市场）实现，利率固定为  $r$ 。假设本国经济中不存在资本，产出由以下 Cobb-Douglas 生产函数决定：

$$Y_t = S_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1,$$

其中  $L_t$  为年轻的低技术劳动投入， $S_t = N h_t$  为中年的高技术劳动投入。

(1) 分别写出经济个体在年轻、中年和老年阶段的预算约束。(10 分)

(2) 推导经济个体在各阶段的最优消费和储蓄选择，以  $\tau_t$  表示。(12 分)

(3) 推导年轻阶段的最优工作和学习选择 ( $\tau_t$ )。讨论经济存在的两种不同的均衡增长路径，并推导每种路径下人力资本和产出的增长率。(12 分)

### D3. (本题 34 分)

考虑罗默模型的变种， $t$  期在  $1-N_t$  上存在一系列思想可以用最终品一对一的生产出对应的中间品  $X_{jt}$ 。最终生产品部门完全竞争且使用以下函数进行生产

$$Y_t = L^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{j=N_t} X_{jt}^\alpha; \alpha \in (0,1)$$

下一期每增加一个新专利，需要用  $\eta$  单位的最终品生产出来。新专利的生产者对本专利垄断一期，之后进入竞争性生产。代表性消费者的终生效用为（注：消费者只能消费最终品）

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c_t)$$

其面对的利率水平为  $r$ 。假设当前社会的总人口恒定为  $L$ ， $\gamma_{Z,t} = Z_{t+1}/Z_t$  为变量  $Z$  的增长率。

(1) 写出中间品  $X_{jt}$  的定价规则 (7 分)

假设经济中总变量  $C, Y, N$  的增长率恒定且为正，在此条件下讨论以下三问：

(2) 写出经济中的资源约束条件，讨论  $\gamma_C$ ， $\gamma_N$  的关系。(7 分)

假设  $\gamma_C = \gamma_N$ ，在此条件下讨论以下两问：

(3) 解出经济中的利率水平 (8 分)

(4) 求出  $\gamma_N$  的值 (12 分)

**D4. (本题 34 分)**

考虑索洛模型的变种问题，生产函数为：

$$Y(t) = F(K, L, Z) = [A(t)L(t)]^\beta K(t)^\alpha H(t)^{1-\alpha-\beta}$$

其中  $H(t)$  代表人力资本水平， $L(t)$  代表人口， $K(t)$  代表资本存量， $A(t)$  代表技术水平。假设  $\alpha + \beta < 1$ ，资本以  $\delta_K$  的速度折旧，人力资本以  $\delta_H$  的速度折旧，人口增长率为  $n$ ，技术增长率为  $n$ 。资本与人力资本的运动方程满足

$$\begin{aligned}\dot{K} &= s_K Y(t) - \delta_K K_t \\ \dot{H} &= s_H Y(t)^\gamma H(t)^{1-\gamma} - \delta_H H_t\end{aligned}$$

假设各参数均非负，且人口的增长率为 0。

(1) 此经济是否存在除 0 以外的稳定状态？找到定义稳态下有效人均资本存量与有效人均人力资本存量的等式。(10 分)

(2) 画出本模型对应的相图，并讨论非 0 稳态稳定性。(16 分)

(3)  $\gamma$  会如何影响稳态，给出直觉解释。(5 分)